مدل هندسی - مکانیکی سختی خمشی پارچه های حلقوی پودی ساده

مجید خانی زاده[1] | علی اصغر اصغریان جدی[1]

چکیده

مطالعه رفتار خمشی پارچه‌ها از مسائل مهم در تحقیقات علمی نساجی و کاربردهای صنعتی آن می‌باشد. سختی خمشی یکی از پارامترهای تأثیرگذار روی زیردست و راحتی پوشاک است. سختی خمشی پارچه‌ها تابعی از سختی خمشی اجزا آن می‌باشد بنابر این در پارچه‌های حلقوی پودی وابسته به ساختمان پارچه و فواصل رج و ردیف و استحکام خمشی نخ می‌باشد.

در این کار تحقیقاتی مدلی بر اساس روش انرژی و تئوری کاستیلیانو که به نام مدل هندسی- مکانیکی ارائه شده است. در این مدل حلقه بافت از ترکیب خطوط مستقیم و مورب به وجود آمده است و به دلیل انواع مختلف نخ و حجیم بودن آنها و همچنین فشردگی نخ‌ها در ناحیه بافت محدوده‌ای برای نسبت قسمت سخت به انعطاف‌پذیر زمانی که پارچه در راستای رج و ردیف خم می‌شود؛ تعریف‌شده است.نهایتاً، سختی خمشی پارچه در راستای رج و ردیف تخمین زده شد.

مقدمه

سختی خمشی پارچه‌ها از مهم ترین عوامل تأثیرگذار روی زیردست، راحتی پوشاک و آویزش پارچه می‌باشد. این رفتار پارچه به‌طور گسترده با مدل‌های تئوری و تجربی موردمطالعه و بررسی قرارگرفته‌اند.

شروع این مطالعات توسط peirce در سال ۱۹۶۰ بود که فرمول $B=wc^{r}$ را ارائه کرد که B سختی خمشی و W وزن واحد سطح پارچه و خمشی پارچه می‌باشد. Caplan و Plat و Abbott در سال ۱۹۶۰ معادله ساده‌ای برای نسبت سختی پارچه به سختی خمشی نخ ارائه کردند که در این معادلات به دلیل فشار در نقاط اتصال نخ‌ها با یکدیگر و اینکه پارچه متناوباً از قسمت‌های سخت و انعطاف‌پذیر تشکیل‌شده است، نخ‌ها به صورت صاف فرض می‌شوند به همین دلیل این مدل نتوانست سختی خمشی پارچه‌ها را به اندازه کافی پیش‌بینی کند.

در سال ۱۹۶۴ Owen و Livesey ارتباط بین استحکام خمشی پارچه و استحکام خمشی الیاف را با یک معادله ریاضی بیان کردند. از نظر آنها تاب نخ و فرو موج نخ عاملی بی‌تأثیر در استحکام خمشی می‌باشد.

در سال ۱۹۷۳، Abbott و Leaf و Grosberg مدلی را بر اساس فرضیات که پارچه‌ها از تعداد زیادی صفحات بلند و نازک که در آن اثر برشی نادیده گرفته‌شده است، ارائه دادند. آنها با این فرضیات خواص خمشی صفحات موازی را پیش‌بینی کردند و برای به دست آوردن ارتباط بین نیروی کوپل اعمالی و انحنای پارچه بررسی‌های تئوری انجام دادند که نتایج آنها با نتایج Abbott متناقض بود.

مطالعه‌ای در سال ۲۰۰۰ توسط Alimaa و همکاران انجام گرفت. در این پژوهش مدلی ارائه شد که بر اساس آن نخ‌ها در ساختمان بافت پارچه حلقوی پودی ساده و ریب ۱×۱ به صورت مستقیم و افقی در راستای رج و به صورت عمودی در راستای ردیف قرارگرفته‌اند. آنها تأثیر ساختمان پارچه و سختی خمشی نخ‌ها را روی ممان خمشی اصطکاکی و استحکام خمشی بررسی کردند.

در سال Ajeli ۲۰۰۹ و همکاران روابطی ارائه کردند که در آنها سختی خمشی پارچه‌های حلقوی تاری تابعی از ساختار پارچه، تراکم حلقه‌ها و سختی خمشی نخ‌ها می‌باشد.

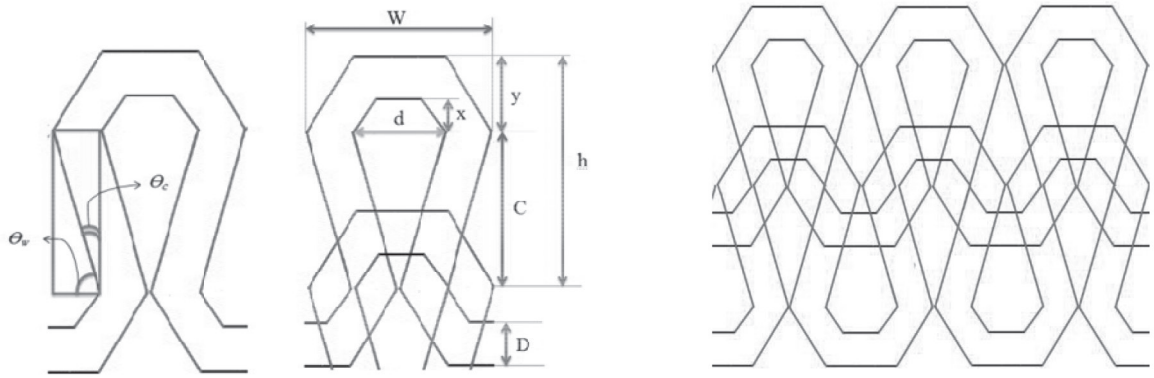
در سال۲۰۱۳ و Jeddi و Nosrati، Tohidi ارتباط بین استحکام خمشی پارچه‌های تاری پودی با ساختار پارچه، تراکم پارچه و نمره‌های نخ به دست آوردند. آنها نشان که طول نخ شناور در پارچه در استحکام خمشی پارچه اثر می‌گذارد.

در سال ۲۰۱۷ Jeddi و Sadeghi، Shaikhzadeh با استفاده از روش انرژی و مدل دوجزئی و سه‌جزئی، استحکام خمشی پارچه‌های تافته و سرژه را محاسبه کردند. آنها به این نتیجه رسیدند که همبستگی خوبی بین نتایج تجربی که با دستگاه اندازه‌گیری طول خمش شرلی به دست‌آمده بود با نتایج تئوری وجود دارد اگرچه مطالعات تجربی و تئوری بسیاری روی پارچه‌های تاری پودی انجام‌گرفته اما مطالعات اندکی روی پارچه‌های حلقوی پودی انجام‌شده است. به همین دلیل هدف از این مطالعه ارائه یک مدل مکانیکی که با آن بتوان سختی خمشی پارچه‌های حلقوی پودی ساده پیش‌بینی کرد.

مدل مکانیکی

فرضیات مدل‌سازی:

آ) سختی خمشی در پارچه‌های حلقوی پودی عمدتاً از جمع سختی خمشی نخ‌هایی



(پ) (ب) (الف)

شکل ۱:الف) بافت حلقوی پودی ساده با خطوط مستقیم و مورب، ب) حلقه ساده شده بافت و پ)زوایای تأثیرگذار در راستای رج و ردیف

که در راستای خمش تحت نیرو قرارگرفته‌اند به دست می‌آید.

ب) استفاده از مدل خطهای مستقیم که طبق این مدل همانطور که در شکل ۱- الف نشان داده‌شده است، حلقه‌ها به‌صورت مجموعه‌ای از نخ‌های الاستیک مستقیم و مورب در یک صفحه فرض شده‌اند.

ج) نخ‌ها در پارچه‌ها از میان دو ناحیه عبور می‌کنند. یک ناحیه، ناحیه‌ای که نخ‌ها تحت‌فشار هستند که تقاطع حلقه سوزن و سینکر هست و کاملاً صلب در نظر گرفته‌شده‌اند؛ و ناحیه دوم ناحیه انعطاف‌پذیر است، که در آن نخ‌ها از یک تقاطع به تقاطع بعدی می‌روند.

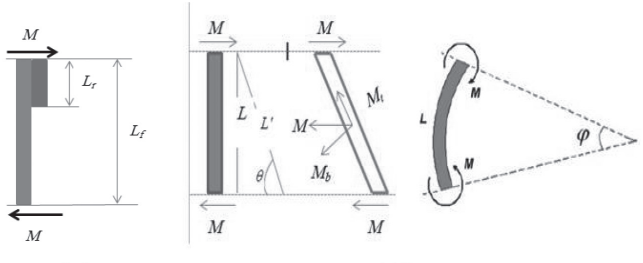
با در نظر داشتن این ملاحظات ما یک مدل ساختاری برای خمش پارچه‌های حلقوی پودی پیشنهاد کردیم که طبق آن نخ‌های داخل ساختمان ترکیبی از میله‌های مستقیم و مورب بوده و در آن از یک میله دوجزئی برای نمایش بخش خمش قسمت صلب پارچه استفاده شد؛ بنابراین انتظار داریم سختی خمشی پارچه‌های حلقوی پودی حاصل جمع مقاومت خمشی این نخ‌های مستقیم و مورب باشد.

در این پژوهش سختی خمشی میله‌ها به ۲ بخش ذیل تقسیم شد:

۱- سختی خمشی میله مورب که همان میله مستقیم با زاویه می‌باشد.

۲- سختی خمشی میله دوجزئی که از قسمت انعطاف‌پذیر و قسمت سخت تشکیل شده است.

۱- سختی خمشی میله مورب



(ب) (الف)

شکل۲: الف) خمش خالص واردشده به میله مستقیم و مورب ب) خمش میله دوجزئی

همان‌طور که در شکل ۲- الف نشان دادهشده است، میله مستقیم خمشده و توسط گشتاور M به صورت منحنی درآمده است. معادله دیفرانسیلی مربوط به زاویه انحنای φ ممان خمشی M در یک میله الاستیک که سطح مقطع آن نسبت به صفحه عمود بر بارگذاری متقارن است و در معادله (۱) نشان دادهشده است.

$$M = B\frac{d\varphi}{ds}$$

$$\phi = ML\frac{1}{B}$$

که در آن B=EI سختی خمشی نامیده می‌شود و همچنین E مدول الاستیسیته و I ممان اینرسی است. میله موربی در شرایط طبیعی یکسان و همچنین شرایط مرزی هندسی یکسان در شکل ۲- الف نشان دادهشده است. با در نظر گرفتن این شکل گشتاور M به دو مؤلفه گشتاور پیچشی M_t و گشتاور خمشی M_b تجزیه می‌شود. همچنین انرژی کرنشی خمشی U_b و انرژی کرنشی پیچشی U_t به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$M_b = M\sin\theta \Rightarrow U_b = \frac{1}{2}\int\frac{M_b^{\,2}}{EI}ds$$

$$M_t = M\cos\theta \Rightarrow U_t = \frac{1}{2}\int\frac{M_t^{\,2}}{GJ}ds$$

که در اینجا GJ سختی پیچشی میله نامیده می‌شود؛ که G مدول الاستیسیته برشی J ممان اینرسی قطبی ناحیه سطح مقطع است. انرژی کرنشی کل حاصل جمع این دو انرژی کرنشی است که در معادله (۳) نشان دادهشده است:

$$U_{tot} = \int_0^{L'}\frac{M^2\cos^2\theta}{2GJ}ds + \int_0^{L'}\frac{M^2\sin^2\theta}{2EI}ds$$

با ساده‌سازی رابطه (۳) به رابطه (۴) می‌رسیم؛

$$U = \frac{M^2L'}{2}\left(\frac{\sin^2\theta}{EI}+\frac{\cos^2\theta}{GJ}\right)$$

با استفاده از قضیه کاستیلیانو $\varphi = \frac{\partial U}{\partial M}$ خواهیم داشت؛

$$\varphi = \frac{\partial U}{\partial M} \Rightarrow \varphi = ML'\left(\frac{\sin^2\theta}{EI}+\frac{\cos^2\theta}{GJ}\right)$$

با توجه به شکل ۲- الف $L' = \frac{L}{\sin\theta}$ و با فرض کردن سطح مقطع دایروی برای

نخ J=2I و همچنین با در نظر گرفتن رابطه بین مدول الاستیسیته برشی و مدول الاستیسته فرمول $G=\frac{E}{2A}$ معادله (۵)را بازنویسی کرده و خواهیم داشت؛

$$\varphi=\frac{ML}{\sin\theta}\left(\frac{\sin^2\theta}{EI}+\frac{A\cos^2\theta}{EI}\right)$$

و درنهایت به معادله (۷)میرسیم:

$$\varphi=ML\left(\frac{\sin^2\theta+A\cos^2\theta}{EI\sin\theta}\right)$$

با مقایسه معادله (۷) با معادله (۲) داریم:

$$\frac{1}{B'}=\frac{\sin^2\theta+A\cos^2\theta}{EI\sin\theta}$$

$$B'=\frac{EI\sin\theta}{\sin^2\theta+A\cos^2\theta}$$

که B′ سختی خمشی میله مورب است.

۲- سختی خمشی میله دوجزئی

همانطور که در شکل ۲- ب نشان دادهشده است نسبت قسمت سخت به قسمت انعطافپذیر طبق رابطه (۱۰) است.

$$R=\frac{L_r}{L_f}$$

از معادله (۱) نتیجه میگیریم؛

$$\phi=M\int_0^{L_f}\frac{ds}{B_e}$$

با باز کردن معادله (۱۱) داریم؛

$$\phi=M\left[\int_0^{L_r}\frac{ds}{B_r+B_f}+\int_{L_r}^{L_f}\frac{ds}{B_f}\right]$$

انتگرالگیری از رابطه (۱۲) خواهیم داشت؛

$$\phi=M\left[\frac{L_r}{B_r+B_f}+\frac{L_f-L_r}{B_f}\right]$$

استفاده از رابطه (۱۰) ، معادله (۱۳) و با خلاصهسازی رابطه (۱۴) نتیجه میشود.

$$\phi=ML_f\left[\frac{B_f+B_r(1-R)}{(B_r+B_f)(B_f)}\right]$$

همانطور که میدانیم R<1 و با فرض کردن $B_r\gg B_f\Rightarrow\frac{B_f}{B_r}\approx 0$ درنهایت به معادله (۱۵) میرسیم.

$$\frac{1}{B_e}=\frac{1-R}{B_f}\Rightarrow B_e=\frac{B_f}{1-R}$$

همانطور که در شکل ۱- پ مشاهده میشود، زاویه Θ_w زاویه تأثیرگذار در خمش پارچه زمانی که خمش در راستای ردیف و زاویه Θ_c تأثیرگذار در خمش پارچه زمانی که خمش در راستای رج است، در نظر گرفته شده است و بر اساس معادلات زاویه (۱۶) و (۱۷) بیان میشود؛

$$\tan\theta_w=\frac{C}{D}\Rightarrow\theta_w=\tan^{-1}\left(\frac{C}{D}\right)$$

$$\tan\theta_c=\frac{D}{C}\Rightarrow\theta_c=\tan^{-1}\left(\frac{D}{C}\right)$$

سختی خمشی پارچه حلقوی پودی در دو راستای رج و ردیف

درنهایت سختی خمشی پارچه در دو راستای رج و ردیف پارچههای حلقوی پودی بیان گردید.

معادله (۱۸) سختی خمشی قسمت انعطافپذیر پارچه در راستای رج

$$Bf_{fabric,c}=\left(1+\frac{2\sin\theta_c}{\sin^2\theta_c+A\cos^2\theta_c}\right)\times CPC\times B_{yam}$$

و معادله (۱۹) سختی خمشی پارچه در راستای رج را نشان میدهد؛

$$B_{fabric,c}=\frac{Bf_{fabric,c}}{1-R_c}$$

که در این رابطه $R_c=\frac{k_1D}{W}$ است. به دلیل فشردگی متفاوت نخهای مختلف در نقاط اتصال حلقههای سینکر به حلقههای رج بعد ضریب فرمول* در محدوده ۳/۶ تا۴ متغیر است. به طور مشابه، معادلهای برای سختی خمشی در راستای ردیف پارچه حلقوی پودی ارائه شد.

معادله (۲۰) سختی خمشی قسمت انعطافپذیر در راستای ردیف

$$Bf_{fabric,w}=\left(\frac{2\sin\theta_w}{\sin^2\theta_w+A\cos^2\theta_w}\right)\times WPC\times B_{yam}$$

و معادله (۲۱) سختی خمشی پارچه در راستای ردیف را نشان میدهد؛

$$B_{fabric,w}=\frac{Bf_{fabric,w}}{1-R_w}$$

در شکل ۱-ب نشان دادهشده است؛ به دلیل چسبیدن دو پای حلقه به یکدیگر نسبت h/d طبق Leaf (۱۹۵۸) برابر فرمول ۲۰/۸ میباشد و d=2Dهمچنین؛

$$x=4.16D-C$$

$$y=5.16D-C$$

در شکل ۱-ب واضح است که 2y در قسمت سخت پارچه زمانی که خمش در راستای ردیف باشد در محاسبات مورداستفاده قرار میگیرد اما به دلیل فشردگی نخها درون بافت این عدد کمتر از ۲ است. به دلیل فشردگیهای متفاوت نخهای مختلف ضریب k_2 نیز در اینجا تعریف می شود که این ضریب در محدوده ۱/۸ تا ۲ میباشد. پس در رابطه ۲۱، R_W به صورت $R_w=\frac{k_2(5.16D-C)}{C}$ تعریف می شود

نتیجهگیری

به دلیل پیشبینی سختی خمشی پارچه حلقوی پودی ساده مدل مکانیکی بر اساس روش انرژی و تئوری کاستیلیانو با سادهسازی حلقههای بافت به صورت خطهای مستقیم و مورب نوشته شد. با داشتن سختی خمشی نخ و قطر نخ و همچنین پارامترهای هندسی پارچه مثل فرمول* میتوان سختی خمشی این نوع پارچهها را تخمین زد.

۱- دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی امیرکبیر